

Matematika pro 9. ročník základní školy

Řešení

Číselné výrazy

1. **Prvočíslo** je přirozené číslo, které je beze zbytku dělitelné právě dvěma různými přirozenými čísly, a to číslem jedna a sebou samým (tedy 1 není prvočíslo).

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 → 8 prvočísel

2. $18 = 3 \cdot 3 \cdot 2 = 3^2 \cdot 2$, $21 = 7 \cdot 3$, $30 = 3 \cdot 2 \cdot 5$, $36 = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 3^2 \cdot 2^2$, $42 = 7 \cdot 2 \cdot 3$, $52 = 13 \cdot 2^2$, $60 = 5 \cdot 3 \cdot 2^2$

3. $\frac{3\frac{1}{2}}{\frac{17}{12}} = \frac{13}{4} \cdot \frac{12}{17} = \frac{13}{1} \cdot \frac{3}{17} = \frac{39}{17} = 2\frac{5}{17}$

4. $4 - 2 \cdot \left(\frac{7}{8} - \frac{3}{4}\right) = 4 - 2 \cdot \frac{7-6}{8} = 4 - 2 \cdot \frac{1}{8} = 4 - \frac{1}{4} = \frac{16-1}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$ (větší než 3 a menší než 5)

5. $3 - 2\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} + 2,5 = 3 - \frac{7}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{5}{2} = 3 - \frac{7}{5} + \frac{5}{2} = \frac{30-14+25}{10} = \frac{41}{10}$

6. $\left[\frac{\frac{1}{\frac{3}{5} + \sqrt{0,25}}}{\frac{4}{5} - \frac{3\sqrt{27}}{7}} : \frac{\frac{5}{\sqrt{36}} - \frac{7}{4^2 - 2^2}}{\frac{5}{7} - 0,6} - \left(\sqrt{\frac{49}{9} - \frac{17}{13}}\right)\right] = \frac{\frac{1}{\frac{3}{5} + \frac{1}{2}}}{\frac{4}{5} - \frac{3 \cdot 3}{7}} : \frac{\frac{5}{\frac{6}{4} - \frac{7}{4}}}{\frac{5}{7} - 0,6} - \left(\sqrt{\frac{49}{9} - \frac{17}{13}}\right) = \frac{\frac{2+3}{35}}{\frac{28-15}{35}} \cdot \frac{\frac{25-21}{12}}{\frac{10-7}{12}} - \frac{91-51}{39} =$
 $\frac{\frac{5}{6} \cdot \frac{4}{35} - \frac{40}{39}}{\frac{13}{35} \cdot \frac{3}{12}} = \frac{5}{6} \cdot \frac{35}{13} \cdot \frac{4}{35} \cdot \frac{12}{3} - \frac{40}{39} = \frac{5}{1} \cdot \frac{1}{13} \cdot \frac{4}{1} \cdot \frac{2}{3} - \frac{40}{39} = \frac{40}{39} - \frac{40}{39} = 0$

Mocniny a odmocniny:

7. $0,176 \cdot 10^3 + 0,295 \cdot 10^2 + 257 \cdot 10^{-3} = 176 + 29,5 + 0,257$
(A) 231,5 (B) 147,447 (C) 205,757 (D) 0,727 (E) 15,467

$4853 \cdot 10^{-3} + 0,347 \cdot 10^2 - 0,00035 \cdot 10^5 = 4,853 + 34,7 - 35$

- (A) 31,5 (B) 4,553 (C) 195,773 (D) 0,823 (E) 35,467

8. $(64^5)^3 = (8^2)^{15} = ((2^3)^2)^{15} = 2^{90}$

9. $10 \cdot \sqrt{0,04} - (-2) \cdot (-2)^2 - \frac{(0,02)^2}{0,0008} = 10 \cdot \frac{2}{10} - (-8) - \frac{(2 \cdot 10^{-2})^2}{8 \cdot 10^{-4}} = 2 + 8 - \frac{4 \cdot 10^{-4}}{8 \cdot 10^{-4}} = 2 + 8 - \frac{1}{2} = 9,5$

10. $\frac{7^2 \cdot 75 \cdot 36^2}{14 \cdot 6^3 \cdot 5^5} = \frac{7^2 \cdot 5^2 \cdot 3 \cdot 6^4}{2 \cdot 7 \cdot 6^3 \cdot 5^5} = \frac{7 \cdot 3 \cdot 6}{2 \cdot 5^3} = \frac{7 \cdot 3 \cdot 3}{5^3} = \frac{63}{125}$

Okomentoval(a): [J1]: Nemusíme sčítat všechny 3 hodnoty

Okomentoval(a): [J2]: Umocnění mocniny: exponenty násobíme

Výrazy

Upravte následující výrazy:

$$1. \frac{x-1}{x^2-1} : \frac{x^2+2x+1}{x+1} = \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x+1}{(x+1)(x+1)} = \frac{1}{(x+1)^2} \quad x \neq \pm 1$$

$$2. \left(\frac{4a}{a+1} + 2\right) : \left(1 - \frac{8a^2}{1-a^2}\right) = \frac{4a+2(a+1)}{a+1} : \frac{1-a^2-8a^2}{1-a^2} = \frac{4a+2a+2}{a+1} \cdot \frac{1-a^2}{1-9a^2} = \frac{2(3a+1)}{a+1} \cdot \frac{(1+a)(1-a)}{(1+3a)(1-3a)} = \frac{2(1-a)}{1-3a} \quad a \neq \pm 1, a \neq \pm \frac{1}{3}$$

$$3. \frac{3b}{b+y} - \frac{b}{y-b} - \frac{2by}{b^2-y^2} = \frac{3b}{b+y} - \frac{b}{(-1)(b-y)} - \frac{2by}{(b+y)(b-y)} = \frac{3b(b-y) + b(b+y) - 2by}{(b+y)(b-y)} = \frac{3b^2 - 3by + b^2 + by - 2by}{(b+y)(b-y)} = \frac{4b^2 - 4by}{(b+y)(b-y)} = \frac{4b(b-y)}{(b+y)(b-y)} = \frac{4b}{b+y} \quad (b \neq y, b \neq -y)$$

$$4. \frac{x^3 - xy^2}{4x^2 - 8xy + 4y^2} : \frac{x^2 + xy}{4} = \frac{x(x^2 - y^2)}{4(x^2 - 2xy + y^2)} \cdot \frac{4}{x(x+y)} = \frac{(x+y)(x-y)}{(x-y)(x-y)} \cdot \frac{1}{(x+y)} = \frac{1}{x-y} \quad (x \neq y, x \neq -y, x \neq 0)$$

5.

$$3. (y-1) - y = 3. [(-3) - 1] - (-3) = 3.(-4) + 3 = -12 + 3 = -9$$

E) jiný výsledek

$$6. 16y^4 - 16 = 16(y^4 - 1) = 16(y^2 + 1)(y^2 - 1) = 16(y^2 + 1)(y + 1)(y - 1)$$

A) (y + 1)

Procenta, přímá a nepřímá úměra

$$1. 1 \text{ ar} = 100 \text{ m}^2 \rightarrow 2,5 \text{ ar} = 250 \text{ m}^2$$

$$250 \text{ m}^2 \dots\dots\dots 100\%$$

$$50 \text{ m}^2 \dots\dots\dots x\%$$

$$\frac{x : 100 = 50 : 250}{x = 20\%}$$

$$x = 20\%$$

50 m² ze 2,5 aru je 20% A) 20% **Zopakujte si převody jednotek!!!!**

2. Neznámé číslo je 100 %

a) Zvětšíme ho o 17 %, dostaneme 100 % + 17 %. Číslo X tedy představuje 117 % neznámého čísla.

b) Neznámé číslo zmenšíme o 8 %, dostaneme 100 % - 8 % = 92%. Číslo Y představuje 92 % neznámého čísla.

$$X \dots 117\%, Y \dots 92\%, 117 - 92 = 25\%$$

$$25\% \dots\dots 50 \quad \text{nebo rovnice: } 1,17x - 0,92x = 50$$

$$1\% \dots\dots 2 \quad 0,25x = 50$$

$$100\% \dots\dots 200 \quad x = 200$$

Neznámé číslo je 200. A) 200

3.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Karel} \dots\dots x \text{ známek} \\ \text{Milan} \dots\dots 1,22x \text{ (o 22\% víc známek)} \end{array} \right\} \text{ rovnice: } \begin{array}{l} x + 1,22x = 444 \\ 2,22x = 444 \\ x = 200 \end{array}$$

Milan má 244 známek. B) 244

$$\left. \begin{array}{l} \text{1. bedna} \dots\dots x \\ \text{2. bedna} \dots\dots 1,2x \\ \text{3. bedna} \dots\dots 1,24 \cdot 1,2x = 1,5x \end{array} \right\} \text{ rovnice: } \begin{array}{l} x + 1,2x + 1,5x = 122,1 \\ 3,7x = 122,1 \\ x = 33 \end{array}$$

1. bedna33 kg
2. bedna39,6 kg
3. bedna49,5 kg

Třetí bedna vážila 49,5 kg. A) 49,5 kg

$$\left. \begin{array}{l} \text{5. Před zdražením představuje cena 100 \%} \\ \text{Po zdražení představuje cena 122 \%} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 122 \% \dots\dots 5368 \text{ Kč} \\ 1 \% \dots\dots 44 \text{ Kč} \\ 100 \% \dots\dots \mathbf{4400 \text{ Kč}} \end{array}$$

nebo rovnice:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Cena před zdražením} \dots\dots x \\ \text{Zdražení o} \dots\dots 0,22x \end{array} \right\} \begin{array}{l} x + 0,22x = 5368 \\ 1,22x = 5368 \\ x = \mathbf{4\ 400} \end{array}$$

Přehrávač stál před zdražením 4 400 Kč C) 4 400 Kč

$$\begin{array}{l} \text{6. Cena pračky před slevou} \dots\dots x \\ \text{Cena po 1. slevě} \dots\dots 0,8x \\ \text{Cena po 2. slevě} \dots\dots 0,8 \cdot 0,8x \dots\dots 7040 \text{ Kč} \end{array} \text{ rovnice: } \begin{array}{l} 0,8 \cdot 0,8x = 7040 \\ 0,64x = 7040 \\ x = \mathbf{11\ 000} \end{array}$$

Před první slevou byla cena pračky 11 000 Kč: D) jiný výsledek

$$\begin{array}{l} \text{7. } 360^\circ \dots\dots 100 \% \\ 108^\circ \dots\dots x \% \\ x = 30 \% \end{array}$$

Kruhá výseč představuje 30 % plochy kruhu. B) 30%

8. Nepřímá úměra (více malířů natře stěnu pokoje za kratší čas)

↓ 10 malířů 5 hod ↑
 ↓ 20 malířů x hod ↑

$$x : 5 = 10 : 20$$

$$x = 2,5 \text{ hod } 20 \text{ malířů natře stěnu pokoje za } 2,5 \text{ hodin.}$$

Přímá úměra: čím více stěn, tím delší čas:

20 malířů natře 1 stěnu za 2,5 hodin

20 malířů natře 5 stěnu za $5 \cdot 2,5 \text{ hodin} = 12,5 \text{ hod}$

Dvacet malířů natře 5 stěn pokoje za 12,5 hodin. D) jiný výsledek

9. Přímá úměrnost: $y = kx$

$$\text{Souřadnice bodu: } [x, y] \rightarrow x = \frac{3}{7} \quad y = \frac{9}{14}$$

$$\frac{9}{14} = k \cdot \frac{3}{7} / .14$$

$$9 = k \cdot 6$$

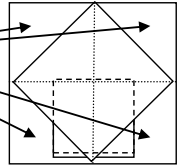
$$k = \frac{3}{2} \rightarrow y = \frac{3}{2}x$$

$$\text{B) } y = \frac{3}{2}x$$

Výpočet obsahu obrazce

1.

Tyto 4 trojúhelníky tvoří přesně $\frac{1}{2}$ původního čtverce.



$$\text{Třetí, nejmenší čtverec je polovinou poloviny } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Čtverec číslo 3 tvoří $\frac{1}{4}$, tj. 25 % původního čtverce

2. Obsah obdélníku ABCD $24 \times 14 \text{ cm}$ je $S = 336 \text{ cm}^2$

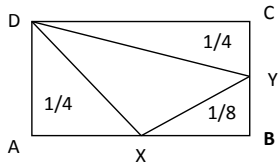
Obsah trojúhelníku DAX s odvěsnami 14 cm a 12 cm $S_1 = 84 \text{ cm}^2$

Obsah trojúhelníku YCD s odvěsnami 7 cm a 24 cm $S_2 = 84 \text{ cm}^2$

Obsah trojúhelníku DAX s odvěsnami 7 cm a 12 cm $S_3 = 42 \text{ cm}^2$

Obsah trojúhelníku XYD $S_4 = S - (S_1 + S_2 + S_3) = 126 \text{ cm}^2$

336 100 %



126.....x %

x = 37,5 %

Obsah trojúhelníku XYD tvoří 37,5 % obdélníku ABCD.

Jiný postup: $1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) = \frac{3}{8}$, tj. 37,5 %

Pravouhlý trojúhelník

1. Délky stran pravouhlého trojúhelníku musí splňovat Pythagorovu větu:

$$5^2 = 4^2 + 3^2$$

C) 3, 4, 5

2. Zadané strany jsou buď dvě odvěsny nebo kratší strana je odvěsna a delší přepona.

a) délky jsou odvěsny a, b, přepona je c: $c^2 = 6^2 + 8^2 \rightarrow c = 10$ cm

b) délky jsou odvěsna (např. b) a přepona (c): $a^2 = 8^2 - 6^2 \rightarrow a = 5,3$ cm

Třetí strana trojúhelníku má velikost 10 cm nebo 5,3 cm.

3. **Oprava zadání: odvěsna dlouhá 3cm**

V rovnoramenném pravouhlém trojúhelníku platí:

$$c^2 = 3^2 + 3^2$$

$$c = \sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot 3^2} = 3\sqrt{2}$$

Přepona je dlouhá A) $3\sqrt{2}$ cm.

Další příklady

1. K dědečkovi a babičce do velkého stavení na venkově přijely všechny jejich děti i se svými dětmi. Ty vyběhly na svah za stodolou a celé odpoledne sáňkovali a lyžovali. Když přiběhly na svačinu a čaj, bylo v předsíni poházeno 68 kusů bot, 25 sáňek a 28 kusů lyží. Kolik dětí mělo s sebou na kopci sáňky i lyže? (Každé dítě má buď sáňky, nebo lyže, nebo oboje.)

celkem dětí: 68 ks bot \rightarrow 34 dětí

sáňky (s) i lyže (l) x dětí

25 sáňky.....s + x = 25

14 lyže (28 kusů lyží!!)...l + x = 14

$$\text{rovnice: } s + l + x = 34$$

$$25 - x + 14 - x + x = 34$$

$$39 - x = 34$$

$$x = 5$$

Sáňky i lyže mělo 5 dětí.

2. Malá firma má 25 zaměstnanců, z toho 12 zaměstnanců má řidičský průkaz, 8 zaměstnanců má svářečský průkaz. 10 zaměstnanců nevlastní ani jeden z těchto průkazů. Kolik zaměstnanců firmy má svářečský i řidičský průkaz zároveň?

$$\begin{array}{l}
 \text{Firma má 25 zaměstnanců} \\
 12 \text{ má řidičský průkaz (ř)} \\
 8 \text{ má svářečský průkaz (s)} \\
 10 \text{ ani jeden}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Firma má 25 zaměstnanců} \\ 12 \text{ má řidičský průkaz (ř)} \\ 8 \text{ má svářečský průkaz (s)} \\ 10 \text{ ani jeden} \end{array}} \right\}
 \begin{array}{l}
 \text{oba } x \qquad \qquad \qquad \check{r} + s + x + 10 = 25 \\
 \check{r} + x = 12 \qquad 12 - x + 8 - x + x + 10 = 25 \\
 s + x = 8 \qquad \qquad \qquad 30 - x = 25 \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad x = 5
 \end{array}$$

Svářečský i řidičský průkaz zároveň má 5 zaměstnanců firmy.

Lineární rovnice

1. $(y - 3)^2 - 1 = -3(-2y + 1) + y^2 - 1$
 $y^2 - 6y + 9 - 1 = 6y - 3 + y^2 - 1$
 $-6y + 8 = 6y - 4$
 $12y = 12$
 $y = 1 \quad K = \{1\}$

2. $\frac{2a-14}{a-7} = -3 \quad / \cdot (a-7) \quad a-7 \neq 0, a \neq 7$
 $2a - 14 = -3(a - 7)$
 $2a - 14 = -3a + 21$
 $5a = 35$
 $a = 7, \quad K = \{ \} \quad \text{rovnice nemá řešení}$

Pomer

1. Úhel při K... 2
 Úhel při M... B

$$2 + B + 72^\circ = 180^\circ$$

$$\frac{2}{B} = \frac{4}{5} \rightarrow 2 = \frac{4}{5} B$$

$$\frac{4}{5} B + B + 72^\circ = 180^\circ / -72^\circ$$

$$\frac{4}{5} B + B = 108^\circ / \cdot 5$$

$$4B + 5B = 540^\circ$$

$$9B = 540^\circ / :9$$

$$B = 60^\circ$$

$$2 = 180^\circ - 72^\circ - 60^\circ = 48^\circ$$

2. $\frac{m}{c} = \frac{7}{5}$

$$\frac{560}{c} = \frac{7}{5} / \cdot 5c$$

$$2800 = 7c / :7$$

$$400 = c$$

cupr... 400g
 mělo... X

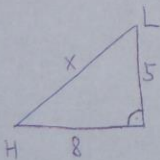
$$\frac{400}{X} = \frac{5}{3} / \cdot 3X$$

$$1200 = 5X / :5$$

$$240 = X$$

cupr 400g a mělo 240g.

- 3.



$$X^2 = 8^2 + 5^2$$

$$X = \sqrt{89}$$

$$X = 9,4 \text{ km}$$

celková ceta... 8 + 5 + 9,4 = 22,4 km

měra školení
 1 cm 15000 cm

X cm 22400 cm

$$X = \frac{22400 \cdot 1}{15000} = 1,5 \text{ cm}$$

4. měra měra školení

8 cm 2400 cm

1 cm X cm

$$X = \frac{1 \cdot 2400}{8} = 300 \text{ cm}$$

měřička měry je 1.300.

Objemy a povrchy

1. $S = 2(ab + ac + bc)$

$$340 = 2 \cdot (40 + 5c + 8c) / 2$$

$$170 = 40 + 13c \quad | -40$$

výška je 10 cm.

$$130 = 13c \quad | :13$$

$$10 = c$$

2. $V_{kv} = S_p \cdot n = a^2 \cdot n$

$$V_{kv} = 5^2 \cdot 1,2 = 30 \text{ m}^3 = 30000 \text{ dm}^3 = 30000 \text{ l}$$

počet kbelů... x

$$x = 30000 : 25 = \underline{\underline{1200}}$$

3. $S_{kv} = 2(ab + ac + bc)$

$$S_{kv} = 2(0,8 \cdot 0,8 + 0,8 \cdot 2 + 0,8 \cdot 2) = 7,68 \text{ m}^2$$

$$S_p = 0,8 \cdot 0,8 = 0,64$$

$$S_{kv} - S_p = 7,04 \text{ m}^2$$

dva panely... 14,08 m²

dva matery... 28,16 m²

1 plechovka... 12 m²

x plechovek... 28,16 m²

$$x = 2,35$$

je třeba koupit 3 plechovky, tj. 525 Kč

4. $V_{kr} = 1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ l}$

počet konví... $1000 : 12 = 83,3 \rightarrow 84$ konví

počet cest... $84 \cdot 2 - 1 = 167$ cest $\rightarrow \underline{\underline{175 \text{ m}}}$

tam a zpět začátek u potoka

Soustavy dvou rovnic o dvou neznámých

1) a) $3x = 2m + 1$
 $4m = 3 + 6x$
 $3x - 2m = 1 \quad | \cdot 2$
 $-6x + 4m = 2$
 $-6x + 4m = 3$
 $\frac{6x - 4m = 2}{-6x + 4m = 3} +$
 $0 = 5$
 $K = \emptyset$
 nemá řešení

b) $5 \cdot (m+2) = -3 \cdot (x-3) + 7$
 $3 \cdot (m+2) + 23 = 5 \cdot (x-3)$
 $5m + 10 = -3x + 16$
 $3m + 6 + 23 = 5x - 15$
 $3x + 5m = 6 \quad | \cdot 5$
 $-5x + 3m = -44 \quad | \cdot 3$
 $\frac{15x + 25m = 30}{-15x + 9m = -132} +$
 $34m = -102$
 $m = -3$
 $\rightarrow 3x + 5 \cdot (-3) = 6$
 $3x - 15 = 6$
 $3x = 21$
 $x = 7$
 $K = [7, -3]$

c) $3x - 2m = 1$
 $6x = 2 + 4m$
 $3x - 2m = 1$
 $6x - 4m = 2 \quad | : (-2)$
 $3x - 2m = 1$
 $-3x + 2m = -1$
 $\frac{3x - 2m = 1}{-3x + 2m = -1} +$
 $0 = 0$
 $x = \frac{2 + 4m - 2 \cdot (1 + 2m)}{6 - 6} =$
 $= \frac{1 + 2m}{3}$
 $K = \left[\frac{1 + 2m}{3}, m \right]$
 nekonečně mnoho dvojic

2. 1. bratr ... x let
 2. bratr ... ~~m~~ let
 $x + m = 11$
 $x = m + 10$
 $m + 10 + m = 11$
 $2m = 1$
 $m = 0,5$
 $x = 10,5$

3. počet spárů ... x
 počet nepřárů ... m
 $x + m = 26 \rightarrow x = 26 - m$
 $8x = 5m$
 $8 \cdot (26 - m) = 5m$
 $208 - 8m = 5m$
 $208 = 13m$
 $16 = m \rightarrow x = 10$

4. první čísla ... x
 druhá čísla ... m
 $x + m = 7 \rightarrow x = 7 - m$
 $x \cdot 10 + m = x + 10m - 27$
 $\frac{9x - 9m = -27}{9 \cdot (7 - m) - 9m = -27}$
 $63 - 18m = -27$
 $-18m = -90$
 $m = 5$
 $x = 2 \rightarrow \underline{\underline{25}}$